

ELEMENTI OPTEREĆENI NA SAVIJANJE - PROVJERA BOČNO-TORZIONOG IZVIJANJA

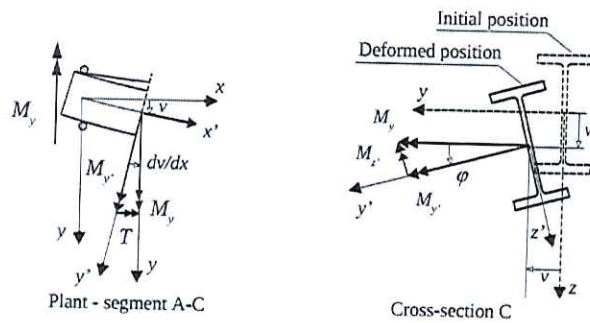
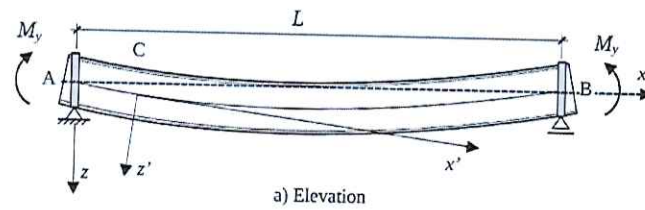
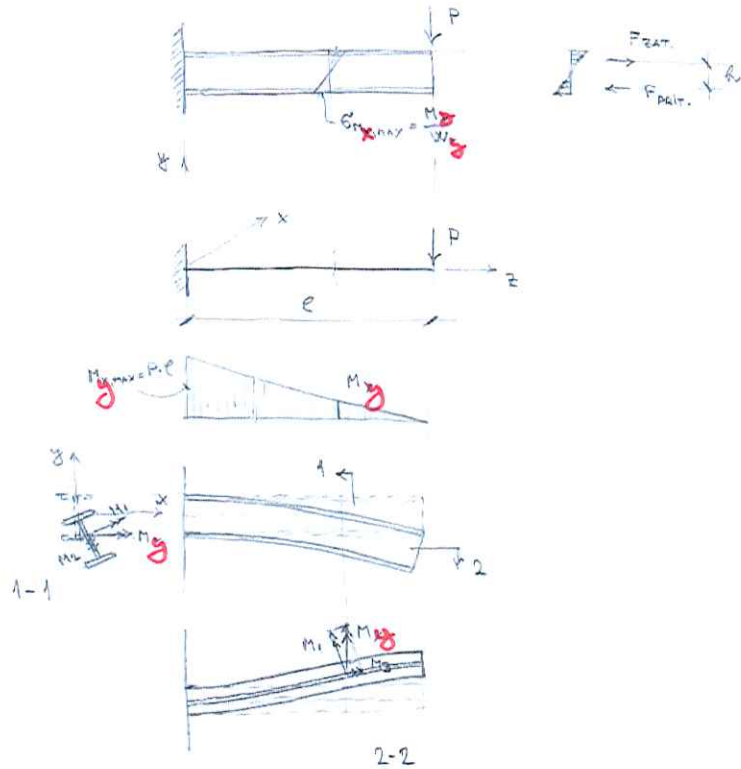
UVOD

- Proračun nosivosti elemenata izloženih savijanju i smicanju se sprovodi kroz dvije provjere. Provjera nosivosti presjeka (vidi savijanje i smicanje) i provjera nosivosti elementa s obzirom na fenomen gubitka stabilnosti koji se zove bočno-torziono izvijanje.



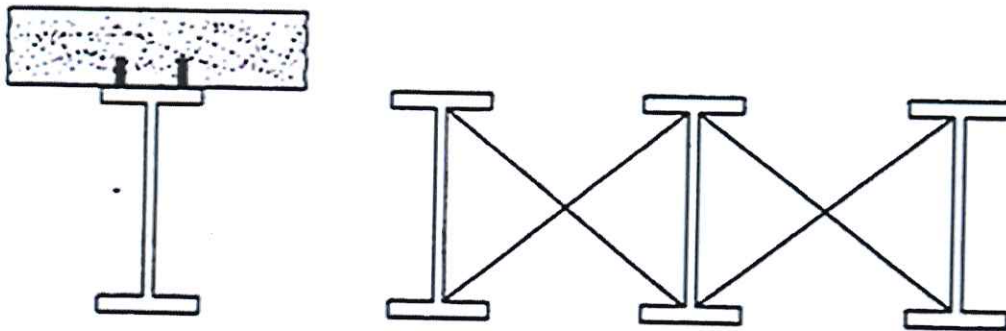
ČELIČNE KONSTRUKCIJE I
 PREDAVANJE 12

Nacrtati M_y sa komponentama M_1 , M_2 i M_3 u deformisanoj figuri. Komentarisati zbog čega se dešava fenomen bočno-torziono izvijanje.



ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 12

- Kada smo govorili o nosivosti presjeka na savijanje, rekli smo da greda čija je pritiskuta nožica dovoljno često pridržana ili nije bočno pridržana ali je kratka - nije osjetljiva na bočno-torziono izvijanje. Pored toga, grede sa određenim vrstama poprečnih presjeka kao što su kvadratni ili kružni šuplji presjeci, pravljene kružne cijevi ili kvadratni sandučasti presjeci nisu osjetljive na bočno-torziono izvijanje. Takođe, ako se greda savija oko slabije ose nije osjetljiva na bočno-torziono izvijanje.



ELEMENTI KONSTANTNOG POPREČNOG PRESJEKA OPTEREĆENI NA SAVIJANJE - MEST EN 1993-1-1

Nosivost na izvijanje

- Prema MEST EN 1993-1-1 i odgovarajućem NA, bočno nepridržani element koji je izložen savijanju oko jače ose treba da se provjeri na bočno-torziono izvijanje na sljedeći način. Mjerodavni proračunski moment savijanja oko jače ose $M_{y,Ed}$ treba da bude manji od proračunskog momenta nosivosti na bočno torziono izvijanje $M_{b,Rd}$:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 12

dje je:

W_y odgovarajući otporni moment poprečnog presjeka,

$W_y = W_{pl,y}$ za poprečne presjeka klase 1 ili 2,

$W_y = W_{el,y}$ za poprečne presjeka klase 3,

$W_y = W_{eff,y}$ za poprečne presjeka klase 4,

χ_{LT} faktor redukcije za bočno-torziono izvijanje.

- Pri određivanju W_y , rupe za spojna sredstva na kraju grede ne treba da se uzimaju u obzir.

Krive bočno-torzionog izvijanja - Opšti slučaj

- Krive bočno-torzionog izvijanja definišu se preko faktora redukcije χ_{LT} , u zavisnosti od bezdimenzionalne vitkosti. Daje se izraz koji je potpuno analogan izrazu za faktor redukcije kod centrično pritisnutih elemenata.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{ali } \chi_{LT} \leq 1,0$$

gdje je:

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

α_{LT} faktor imperfekcije,

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

bezdimenzionalna vitkost,

M_{cr} kritični elastični moment bočno-torzionog izvijanja.

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 12

- Kritični elastični moment bočno-torzionog izvijanja M_{cr} , zasniva se na bruto svojstvima poprečnog presjeka i uzima u obzir granične uslove, stvarnu raspodjelu momenata savijanja i bočna pridržavanja.
- Postupak proračuna za M_{cr} nije dat u EN 1993-1-1. Kao i kod dužina izvijanja, nije postignut zajednički dogovor između predstavnika raznih evropskih zemalja koji su radili na Eurokodu. U našem nacionalnom aneksu MEST EN 1993-1-1 NA, daje se procedura za proračun M_{cr} , koji se koristi u većini evropskih država. Ovaj postupak se daje na kraju ovoga predavanja.
- Prema odredbama nacionalnog aneksa MEST EN 1993-1-1 NA, faktor imperfekcije α_{LT} za odgovarajuću krivu daje se u sljedećoj tabeli (iste vrijednosti kao kod fleksionog izvijanja):

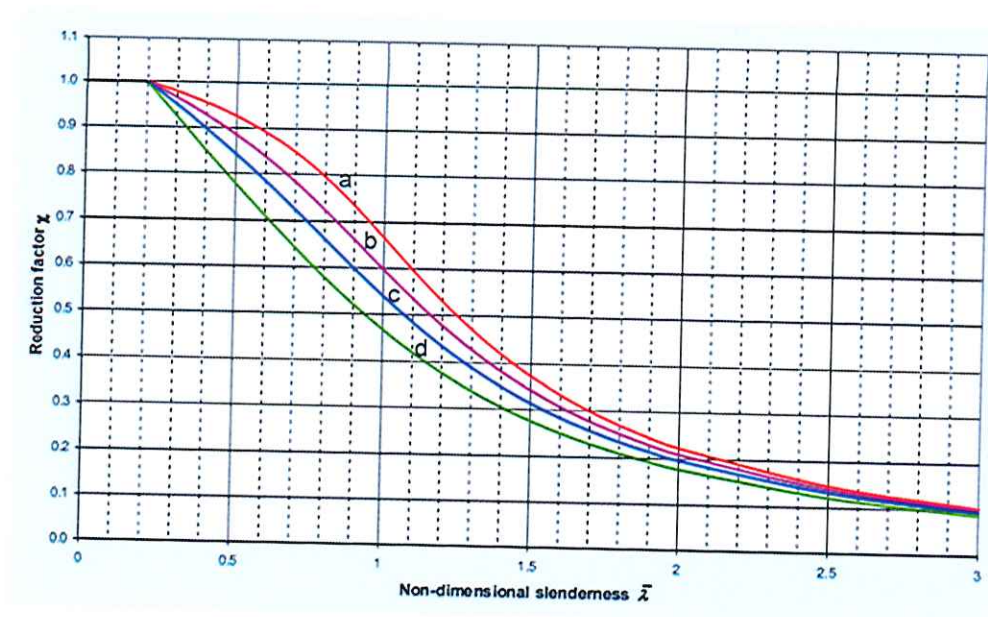
Kriva izvijanja	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
Faktor imperfekcije α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

- Krive bočno-torzionog izvijanja, koje treba koristiti u proračunu, za različite poprečne presjeke daju se u sljedećoj tabeli:

Poprečni presjek	Ograničenja	Kriva izvijanja
Valjani I-presjeci	$h/b \leq 2$ $h/b > 2$	<i>a</i> <i>b</i>
Zavareni I-presjeci	$h/b \leq 2$ $h/b > 2$	<i>c</i> <i>d</i>
Ostali poprečni presjeci	-	<i>d</i>

- Vrijednosti faktora redukcije χ_{LT} za odgovarajuću bezdimenzionalnu vitkost i krivu izvijanja mogu se odrediti sa sljedećeg grafika.

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I
 PREDAVANJE 12



Krive bočno-torzionog izvijanja za valjane i ekvivalentne zavarene presjeke

- Za valjane I ili H presjeke i ekvivalentne zavarene presjeke, vrijednosti χ_{LT} za odgovarajuću bezdimenzionalnu vitkost mogu da se odrede iz:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{ali} \quad \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$$

gdje je:

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$$

prema MEST EN 1993-1-1 NA

$$\beta = 0,75$$

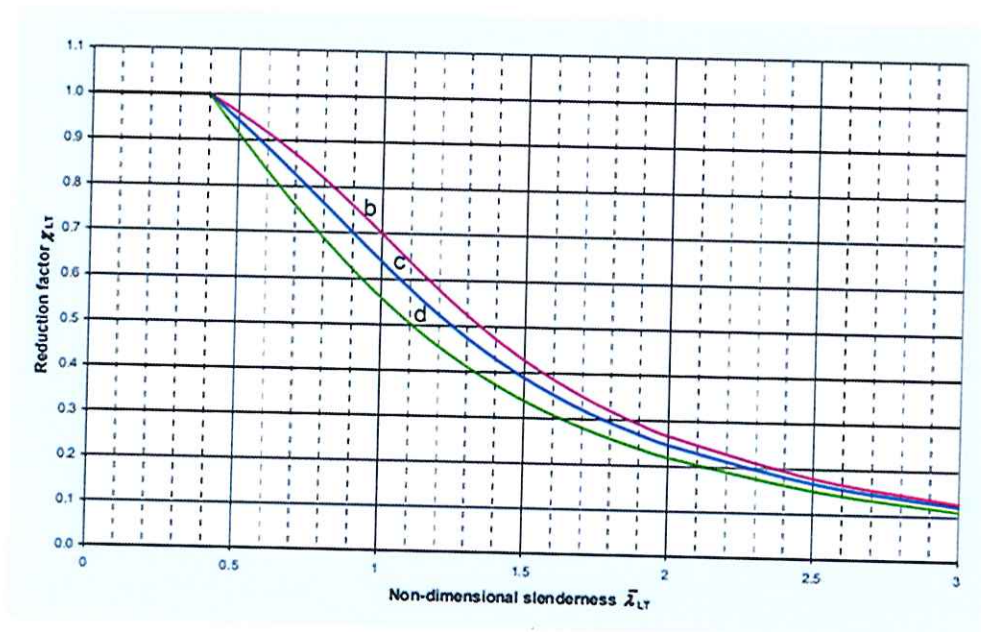
prema MEST EN 1993-1-1 NA

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 12

- Krive bočno-torzionog izvijanja, koje treba koristiti u proračunu, za različite poprečne presjeka daju se u sljedećoj tabeli:

Poprečni presjek	Ograničenja	Kriva izvijanja
Valjani I-presjeci	$h/b \leq 2$ $h/b > 2$	<i>b</i> <i>c</i>
Zavareni I-presjeci	$h/b \leq 2$ $h/b > 2$	<i>c</i> <i>d</i>

- Vrijednosti faktora redukcije χ_{LT} za odgovarajuću bezdimenzionalnu vitkost i krivu izvijanja mogu se odrediti grafički.



- Da bi se uzela u obzir raspodjela momenata između tačaka bočnog pridržavanja elementa, faktor redukcije χ_{LT} može da se poveća, uvođenjem faktora redukcije $\chi_{LT,mod}$:

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 12

nacrtati primjer bočno pridržanog elementa



$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad \text{ali} \quad \begin{cases} \chi_{LT,mod} \leq 1 \\ \chi_{LT,mod} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$$

gdje je prema MEST EN 1993-1-1 NA:

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c)[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2] \quad \text{ali} \quad f \leq 1,0$$

- k_c je faktor korekcije koji se usvaja prema sljedećoj tabeli:

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I
 PREDAVANJE 12

Raspodjela momenata	k_c
 $\psi = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$
	0,94
	0,90
	0,91
	0,86
	0,77
	0,82

- Ako je ispunjeno:

$$\bar{\lambda}_{LT} \leq \bar{\lambda}_{LT,0}$$

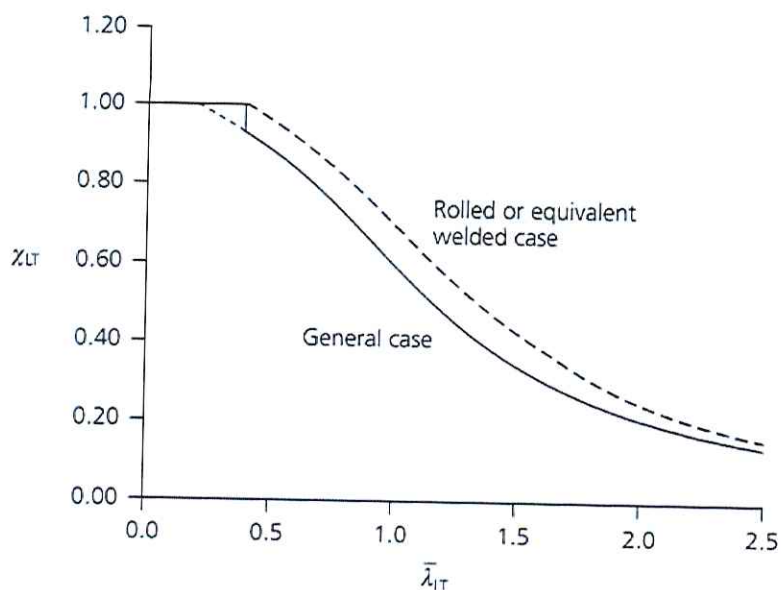
odnosno,

$$\frac{M_{Ed}}{M_{cr}} \leq \bar{\lambda}_{LT,0}^2$$

mogu se zanemariti uticaji bočno-torzionog izvijanja i sprovesti samo kontrole nosivosti poprečnog presjeka.

- Razlika u pristupu proračuna faktora redukcije χ_{LT} u zavisnosti od bezdimenzionalne vitkosti, u prethodna dva postupka, može se sagledati na sljedećem grafiku (kriva izvijanja b):

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I
 PREDAVANJE 12



Uproštene metode ocjenjivanja bočno pridržanih greda u zgradama

- Elementi sa mjestimično bočno pridržanim pritisnutim nožicama nisu osjetljivi na bočno-torziono izvijanje ako dužina L_c između tačaka pridržavanja, odnosno rezultujuća vitkost ekvivalentne pritisnute nožice, zadovoljava uslov:

$$\bar{\lambda}_r = \frac{k_c L_c}{i_{f,z} \lambda_1} \leq \bar{\lambda}_{c0} \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}}$$

gdje je:

$\bar{\lambda}_r$

rezultujuća vitkost ekvivalentne pritisnute nožice,

$M_{y,Ed}$

maksimalna proračunska vrijednost momenta savijanja između tačaka pridržavanja,

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 12

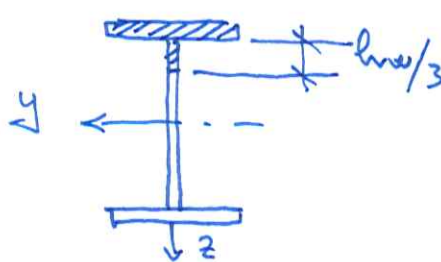
$$M_{c,Rd} = W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

W_y odgovarajući otporni moment za pritisnutu nožicu,

k_c faktor korekcije vitkosti za raspodjelu momenata između tačaka pridržavanja (prethodna tabela),

$i_{f,z}$ poluprečnik inercije ekvivalentne pritisnute nožice koju čine pritisnuta nožice i 1/3 pritisnutog dijela rebra, oko slabije ose presjeka,

nacrtati ekvivalentnu pritisnutu nožicu



$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_{f,z}}{A_{f,z} + \frac{1}{3} A_{w,c}}}$$

$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_{eff,f}}{A_{eff,f} + \frac{1}{3} A_{eff,w,c}}}$$

($i_{f,z}$ za poprečne presjeke klase 4)

$\bar{\lambda}_{c,0}$

granična vitkost prethodno definisane ekvivalentne pritisnute nožice. Definiše se u MEST EN 1993-1-1 NA kao:

$$\bar{\lambda}_{c,0} = \bar{\lambda}_{LT,0} + 0,1$$

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \varepsilon$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (f_y \text{ u N/mm}^2)$$

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 12

- Ako nije zadovoljen uslov za rezultujuću vitkost ekvivalentne pritisnute nožice (ako rezultujuća vitkost ekvivalentne pritisnute nožice prekoračuje granicu datu na početku), proračunski moment nosivosti na izvijanje može da se odredi na sljedeći način:

$$M_{b,Rd} = k_{ff} \chi M_{c,Rd} \quad \text{ali} \quad M_{b,Rd} \leq M_{c,Rd}$$

gdje je:

χ faktor redukcije ekvivalentne pritisnute nožice koristeći rezultujuću vitkost ekvivalentne pritisnute nožice,

k_{ff} faktor modifikacije kojim se uzima u obzir konzervativan pristup postupka sa ekvivalentnom pritisnutom nožicom.

U MEST EN 1993-1-1 NA daje se kao:

$$k_{ff} = 1,10.$$

- U prethodnom postupku treba koristiti krive izvijanja na sljedeći način:
 - kriva *d* za zavarene presjeke kod kojih je:

$$\frac{h}{t_f} \leq 44\varepsilon$$

gdje je:

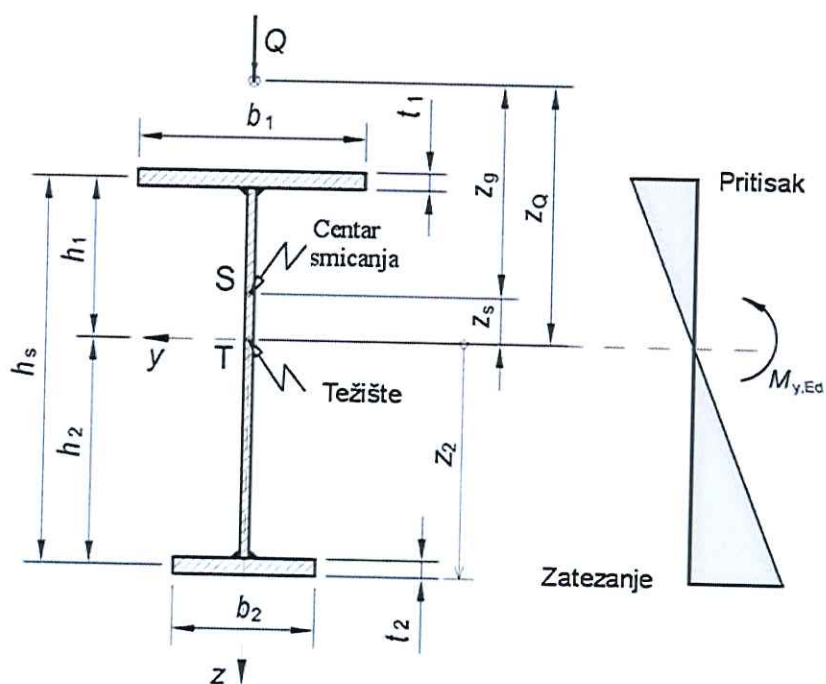
h ukupna visina poprečnog presjeka,

t_f debljina pritisnute nožice,

- kriva *c* za sve ostale presjeke.

Proračun elastičnog kritičnog momenta bočno-torzionog izvijanja M_{cr}

- Postupak proračuna za M_{cr} nije dat u EN 1993-1-1. Postupak, koji je vrlo sličan proračunu koji će ovdje biti izložen, i koji se potpuno naslanja na teorijske radove Timošenska, bio je predložen u jednom informativnom aneksu evropskog predstandarda ENV 1993-1-1 (1992). Međutim, nije uvršten u konačnu verziju Eurokoda EN 1993-1-1.
- U našem nacionalnom aneksu MEST EN 1993-1-1 NA, u dijelu Nekonttradiktorne komplementarne informacije, kako bi se pomoglo korisniku da primijeni Eurokod, daje se procedura za proračun M_{cr} , koja se koristi u većini evropskih država.



- U slučaju nosača konstantnog poprečnog presjeka simetričnog u odnosu na slabiju osu inercije, za savijanje oko jače ose inercije, elastični kritični moment bočno-torzionog izvijanja dat je opštom formulom:

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I
 PREDAVANJE 12

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0.5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\}$$

gdje je:

- L dužina nosača između bočno pridržanih tačaka,
- E moduo elastičnosti,
- G moduo klizanja,
- I_z moment inercije presjeka oko slabije ose inercije,
- I_t torzioni moment inercije,
- I_w sektorski moment inercije,

Za I - presjeke sa nejednakim nožicama:

$$I_w = \beta_f (1 - \beta_f) I_z h_s^2$$

gdje je:

$$\beta_f = \frac{I_{fc}}{I_{fc} + I_{ft}}$$

- I_{fc} moment inercije pritisnute nožice oko slabije ose inercije presjeka,
- I_{ft} moment inercije zategnute nožice oko slabije ose inercije presjeka,
- h_s rastojanje između centara smicanja nožica.

z_j rastojanje z_j se približno može sračunati:

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I
 PREDAVANJE 12

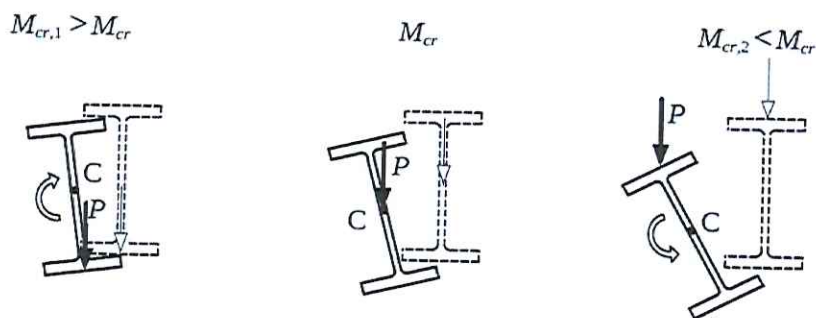
$$z_j = 0,8(2\beta_f - 1)h_s / 2, \text{ za } \beta_f > 0,5$$

$$z_j = 1,0(2\beta_f - 1)h_s / 2, \text{ za } \beta_f < 0,5$$

za obostrano simetričan nosač ($\beta_f = 0,5$),
 $z_j = 0$,

- $Z_g = Z_Q - Z_s$ rastojanje od tačke u kojoj djeluje poprečno opterećenje do centra smicanja poprečnog presjeka,
- Z_Q rastojanje od tačke u kojoj djeluje poprečno opterećenje do težišta poprečnog presjeka,
- Z_s rastojanje između težišta poprečnog presjeka i centra smicanja.

Rastojanja z_Q i z_s imaju pozitivne vrijednosti onda kada se nalaze u pritisnutom dijelu poprečnog presjeka, a negativne onda kada se nalaze u zategnutoj zoni.



k i k_w koeficijenti dužine izvijanja.


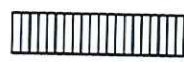








Koeficijent k odnosi se na obrtanje krajnjeg presjeka u ravni. On je analogan koeficijentu dužine izvijanja za pritisnuti štap i iznosi: 1,0 za obostrano zglobno slobodne krajeve, 0,7 u slučaju kada je jedan kraj uklešten, a drugi zglobno slobodno oslonjen i 0,5 u slučaju obostranog ukleštenja.

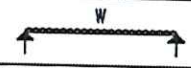
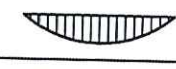
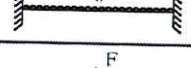
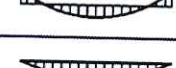
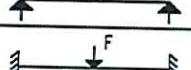

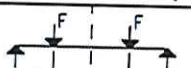
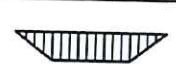
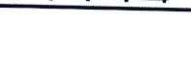

Koeficijent k_w se odnosi na krivljenje oslonačkih (krajnjih) presjeka. Ukoliko krivljenje nije spriječeno na oba kraja, onda je $k_w = 1,0$. Kao koeficijent k , i koeficijent k_w može biti 1,0, 0,7 i 0,5 u zavisnosti od graničnih uslova.

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 12

C_1, C_2 i C_3

koeficijenti koji zavise od opterećenja, uslova oslanjanja i od oblika dijagrama momenata savijanja na dužini L između bočno pridrżanih tačka. Vrijednosti za koeficijenate C_1, C_2 i C_3 daju se tabelarno:

Opterećenje i uslovi oslanjanja	Dijagram momenata savijanja	Koeficijent k	Koeficijenti		
			C_1	C_2	C_3
	$\psi = +1$ 	1.0 0.7 0.5	1.000 1.000 1.000	—	1.000 1.113 1.144
	$\psi = +3/4$ 	1.0 0.7 0.5	1.141 1.270 1.305	—	0.998 1.565 2.283
	$\psi = +1/2$ 	1.0 0.7 0.5	1.323 1.473 1.514	—	0.992 1.556 2.271
	$\psi = +1/4$ 	1.0 0.7 0.5	1.563 1.739 1.788	—	0.977 1.531 2.235
	$\psi = 0$ 	1.0 0.7 0.5	1.879 2.092 2.150	—	0.939 1.473 2.150
	$\psi = -1/4$ 	1.0 0.7 0.5	2.281 2.538 2.609	—	0.855 1.340 1.957
	$\psi = -1/2$ 	1.0 0.7 0.5	2.704 3.009 3.093	—	0.676 1.059 1.546
	$\psi = -3/4$ 	1.0 0.7 0.5	2.927 3.009 3.093	—	0.366 0.573 0.837
	$\psi = -1$ 	1.0 0.7 0.5	2.752 3.063 3.149	—	0.000 0.000 0.000

Opterećenje i uslovi oslanjanja	Dijagram momenata savijanja	Koeficijent k	Koeficijenti		
			C_1	C_2	C_3
		1.0 0.5	1.132 0.972	0.459 0.304	0.525 0.980
		1.0 0.5	1.285 0.712	1.562 0.652	0.753 1.070
		1.0 0.5	1.365 1.010	0.553 0.432	1.730 3.050
		1.0 0.5	1.565 0.938	1.267 0.715	2.640 4.800
		1.0 0.5	1.046 1.010	0.430 0.410	1.120 1.890

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 12

- Proračun M_{cr} moguć je i preko besplatnih softvera i procedura, kao što su:
 - *LTbeam* - softver, <http://www.cticm.eu/spip.php?lang=en>
 - Britanske NCCI (nekontradiktorne komplementarne informacije), za proračunavanje M_{cr} (date su na Access Steel web sajtu www.access-steel.com).